

KOMBINATORIK

(Übung)

Doina Logofătu

Hochschule München, FK 07

21-24 April 2008

1. Wiederholen der Konzepte und Formeln (kleine Beispiele):

- Prinzip der Inklusion und Exklusion
- Schubfachprinzip
- Permutationen (mit und ohne Wiederholung)
- Variationen (mit und ohne Wiederholung)
- Kombinationen (mit und ohne Wiederholung)
- Binomialkoeffizienten

2. Identitäten und Folgerungen aus binomischem Lehrsatz mit Beweise:

- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ für alle $n \geq 0$
- $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$
- $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \dots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$
- $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots = 2^{n-1}$
- $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$, für $n > k, n > 1$.
- Pascalsches Dreieck

3. Beweis für die Formel der Kombinationen mit Wiederholung:

$$\binom{n+k-1}{k}$$

Hinweis: Äquivalenz zur Generierung aller Wörter mit k Sternchen (*) und $n-1$ Trennstrichen (|) (konkrete Beispiele für $n=3$ und $k=6$) \Rightarrow Permutationen mit Wiederholung für Wörter der Länge $n+k-1$ mit Zeichen aus den beiden

Kategorien $\Rightarrow n_1 = k, n_2 = n-1 \Rightarrow$ Ersetzung in der Formel folgt

$$\frac{(n+k-1)!}{n_1!n_2!} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!} = \binom{n+k-1}{k}.$$

4. Kinder tauschen gegenseitig Photos, jedes Kind gibt jedem ein Photo, s. d. 42 Photos im Umlauf sind. Wie viele Kinder sind da? -- Diskussion

5. Die Teilnehmer an einer Konferenz drücken einander die Hand, jeder jedem. Die Anzahl der Handdrücke ist 28. Wie viele Teilnehmer sind da? -- Diskussion

6. Rudermannschaften mit 8 Studenten und 2 Professoren aus 20 Studenten und 5 Professoren. Wie viele Möglichkeiten? – Diskussion

7. LOTTO 6/49. Wie viele Möglichkeiten?

8. 7 Felder sind mit 9 Farben gefärbt:

--	--	--	--	--	--	--

- a) Wie viele Möglichkeiten ohne Einschränkung?
- b) Mit verschiedenen Farben?
- c) Erstes ist rot, letztes blau, sonst keine Einschränkungen?
- d) Erstes rot, letztes blau, sonst keines rot oder blau und keine weiteren Einschränkungen?
- e) Erstes rot, letztes blau, sonst keines rot oder blau und unterschiedlich?
- f) Keinen benachbarten Feldern derselben Farbe?
- g) ...