

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|------------|
| GELEITWORT von <i>Dr. Eric Müller</i> | VII |
| VORWORT | IX |
| DANKSAGUNG | XI |
| | |
| 1 KOMPLEXE KODIERUNG | 1 |
| Komplexe Zahlen – Kurze Einführung | 1 |
| Kodierungsproblem komplexer Zahlen | 2 |
| Problemanalyse und Entwurf der Lösung | 3 |
| Algorithmus Komplexe_Kodierung | 6 |
| Programm Komplexe_Kodierung | 6 |
| Programmanalyse | 9 |
| Aufgaben | 13 |
| Anmerkungen | 14 |
| | |
| 2 VERSCHACHELTE SCHACHTELN | 15 |
| Problembeschreibung | 15 |
| Problemanalyse und Entwurf der Lösung | 16 |
| Der Algorithmus | 17 |
| Das Programm | 19 |
| Die Programmanalyse | 22 |
| Drei kleine Programmierungstricks | 23 |
| Aufgaben, Problemstellungen | 24 |
| Anmerkungen | 24 |
| | |
| 3 ZEICHENKETTEN | 25 |
| Grundlagen | 25 |
| 1. Zeichen | 25 |
| 2. C-Strings | 26 |
| 3. C++ Strings | 27 |
| Aufgaben | 32 |
| Problem 1. Sich Wiederholende Zeichenketten | 33 |
| Problem 2. Das Perlencollier | 35 |
| Problem 3. Parkinson | 37 |
| Problem 4. Rapunzel im Internet | 40 |
| Problem 5. Bridge-Blatt | 44 |
| Problem 6. Wo sind die Königinnen? | 49 |
| Problem 7. Vogelsprache | 55 |

| | |
|--|-----------|
| 4 MENGEN UND RELATIONEN | 59 |
| Grundlagen | 59 |
| 1. <i>Element und Menge</i> | 59 |
| 2. <i>Leere Menge, Teilmenge, Gleichheit</i> | 60 |
| 3. <i>Schreibweisen</i> | 60 |
| 4. <i>Mengenoperationen</i> | 61 |
| 5. <i>Multimengen</i> | 63 |
| 6. <i>Relationen</i> | 63 |
| 7. <i>Ordnungen</i> | 64 |
| 8. <i>Funktionen</i> | 64 |
| <i>Aufgaben</i> | 65 |
| Problem 1. Cantor-Diagonalisierung | 67 |
| Problem 2. Menge und Multimenge | 72 |
| Problem 3. Relation und ihre Eigenschaften | 75 |

| | |
|--|-----------|
| 5 ARITHMETIK UND ALGEBRA | 81 |
| Grundlagen | 81 |
| 1. <i>Teilbarkeit</i> | 81 |
| 2. <i>Primzahlen</i> | 81 |
| 3. <i>Fundamentalsatz der Arithmetik</i> | 82 |
| 4. <i>Division mit Rest, ggT und kgV</i> | 83 |
| 5. <i>Kongruenzen. Elementare Eigenschaften</i> | 84 |
| 6. <i>Chinesischer Restsatz</i> | 85 |
| 7. <i>Fermatsche Sätze</i> | 86 |
| 8. <i>Die Pell'sche Gleichung</i> | 88 |
| 9. <i>Satz von Vieta</i> | 89 |
| <i>Aufgaben</i> | 91 |
| Problem 1. Primzahltest | 93 |
| Problem 2. Sieb des Eratosthenes | 95 |
| Problem 3. Druck einer Broschüre | 99 |
| Problem 4. Primzahlen und Teiler | 101 |
| Problem 5. Der alte Gärtner | 104 |
| Problem 6. Kätzchen in Hüten | 108 |
| Problem 7. Hausnummer | 113 |
| Problem 8. Korrekte Nachrichten | 115 |
| Problem 9. Anzahl der Teiler | 118 |
| Problem 10. Datumsverpackung | 121 |
| Problem 11. Die schöne Marie und der schöne Hans | 122 |
| Problem 12. Kubische Gleichung | 125 |
| Problem 13. Quadrat einer speziellen Zahl | 126 |
| Problem 14. Umwandlung einer römischen Zahl in eine Dezimalzahl | 128 |
| Problem 15. Umwandlung einer Dezimalzahl in eine römische Zahl | 130 |
| Problem 16. Hässliche Zahlen | 132 |
| Problem 17. Vögel auf den Bäumen | 134 |
| Problem 18. Wieviele sind es mindestens? (chinesischer Restsatz) | 136 |

| | |
|--|------------|
| 6 EBENE GEOMETRIE, TRIGONOMETRIE | 139 |
| Grundlagen | 139 |
| 1. <i>Dreiecksgeometrie.</i> | 139 |
| 2. <i>Berechnung eines beliebigen Dreiecks.</i> | 140 |
| 3. <i>Wichtige trigonometrische Formeln</i> | 141 |
| <i>Aufgaben</i> | 142 |
| Problem 1. Berechnung des Dreiecks (SSW) | 142 |
| Problem 2. Der Kreisumfang | 146 |
| Problem 3. Kreise im gleichschenkligen Dreieck | 150 |
| | |
| 7 KOMBINATORIK | 153 |
| Grundlagen | 153 |
| 1. <i>Prinzip von Inklusion und Exklusion.</i> | 153 |
| 2. <i>Das Schubfachprinzip</i> | 155 |
| 3. <i>Permutationen</i> | |
| <i>(Anordnungen mit Berücksichtigung der Reihenfolge)</i> | 158 |
| 4. <i>Variationen (Auswahlen mit Beachtung der Reihenfolge)</i> | 160 |
| 5. <i>Kombinationen (Auswahlen ohne Beachtung der Reihenfolge)</i> | 161 |
| 6. <i>Binomialkoeffizienten und ihre Anwendungen</i> | 162 |
| <i>Aufgaben</i> | 164 |
| Problem 1. Alle Teilmengen einer Menge in lexikographischer Reihenfolge | 166 |
| Problem 2. Der Gray-Code (minimale Änderungsreihenfolge) | 170 |
| Problem 3. Permutationen in lexikographischer Reihenfolge | 173 |
| Problem 4. <i>Ranking</i> einer Permutation in lexikographischer Reihenfolge | 175 |
| Problem 5. <i>Unranking</i> einer Permutation in lexikographischer Reihenfolge | 178 |
| Problem 6. Binomialkoeffizienten | 180 |
| Problem 7. Das kleinste Vielfache | 186 |
| | |
| 8 CATALAN-ZAHLEN | 189 |
| Einführung | 189 |
| Sechs Probleme aus der Catalan-Familie | 190 |
| Theorem. P1-P6 und die Catalan-Zahlen | 193 |
| Die rekursive Formel | 196 |
| Die erzeugende Funktion | 197 |
| Noch 4 äquivalente Probleme | 199 |
| Algorithmen zur Berechnung der Catalan-Zahlen | 200 |
| Zweiter Algorithmus, eine weitere Rekursion | 201 |
| Dritter Algorithmus, der ohne Rekursion auskommt | 202 |
| Aufgaben | 205 |

| | |
|---|------------|
| 9 POTENZSUMMEN | 207 |
| Problembeschreibung | 207 |
| Problemanalyse. Algebraische Modellierung | 207 |
| Von der Rekursionsgleichung zum Algorithmus | 209 |
| Der Algorithmus | 212 |
| Programm | 214 |
| | |
| 10 ALGORITHMISCHE GEOMETRIE | 219 |
| Grundlagen | 219 |
| 1. <i>Darstellung der Punkte, Quadranten</i> | 219 |
| 2. <i>Abstand zwischen zwei Punkten</i> | 220 |
| 3. <i>Gerade in der Ebene</i> | 221 |
| 4. <i>Abstand eines Punktes zu einer Geraden, Fläche eines Dreiecks</i> | 223 |
| 5. <i>Die Ellipse</i> | 224 |
| 6. <i>Das Außenprodukt</i> | 225 |
| 7. <i>Die Fläche eines Polygons, Punkt im Inneren eines Polygons</i> | 225 |
| 8. <i>Nächstes Paar</i> | 228 |
| 9. <i>Die konvexe Hülle</i> | 230 |
| <i>Aufgaben</i> | 233 |
| Problem 1. Nächstes Paar | 234 |
| Problem 2. Quadrätchen im Kreis | 236 |
| Problem 3. Wie sicher sind die Bürger? | 241 |
| | |
| 11 GRAPHEN | 251 |
| Grundlagen | 251 |
| 1. <i>Einführende Begriffe</i> | 251 |
| 2. <i>Weg, Pfad, Zyklus und Kreis</i> | 252 |
| 3. <i>Vollständige und bipartite Graphen</i> | 253 |
| 4. <i>Darstellung der Graphen</i> | 254 |
| 5. <i>Traversieren von Graphen (BFS und DFS)</i> | 256 |
| 6. <i>Zusammenhang</i> | 258 |
| 7. <i>Hamiltonsche und eulersche Graphen</i> | 259 |
| 8. <i>Bäume und Wälder</i> | 260 |
| 9. <i>Minimaler Spannbaum</i> | 261 |
| <i>Aufgaben</i> | 263 |
| Problem 1. Breiten- und Tiefensuche (BFS und DFS) | 264 |
| Problem 2. Die kürzesten Pfade | 267 |
| Problem 3. Das Alphabet der fremden Sprache | 269 |
| Problem 4. Markus besucht seine Freunde | 275 |
| Problem 5. Das Haus des Nikolaus | 280 |

| | |
|--|------------|
| 12 GREEDY | 283 |
| Grundlagen | 283 |
| Problem 1. Rucksackproblem | 284 |
| Problem 2. Kartenfärbung | 286 |
| Problem 3. Springer auf dem Schachbrett | 287 |
| | |
| 13 REKURSION | 291 |
| Vollständige Induktion | 291 |
| Rekursion: Grundlagen | 297 |
| Problem 1. Quersumme und Spiegelung einer natürlichen Zahl | 298 |
| Problem 2. Die Zahl 4 | 300 |
| Problem 3. Rest großer Potenzen | 302 |
| Problem 4. Die Torte (lineare Rekursion) | 304 |
| Problem 5. Die Ackermannfunktion (verschachtelte Rekursion, "compound recursion") | 306 |
| Problem 6. Rekursive Zahlenumwandlung (Dezimalsystem in System mit Basis P) | 308 |
| Problem 7. Summe zweier Wurzeln (verzweigte Rekursion) | 310 |
| Problem 8. Collatz-Funktion (nicht-monotone Rekursion) | 311 |
| Problem 9. Quadrate und Quadrätchen | 313 |
| Problem 10. Quadrate (direkte Rekursion) | 316 |
| Problem 11. Quadrate und Kreise (indirekte Rekursion) | 325 |
| Problem 12. Die Koch'sche Schneeflockenkurve | 329 |
| | |
| 14 TEILE UND HERRSCHE | 337 |
| Grundlagen | 337 |
| Problem 1. Größter gemeinsamer Teiler mehrerer Zahlen | 338 |
| Problem 2. Die Türme von Hanoi | 340 |
| Problem 3. Integral mit Trapezregel | 342 |
| Problem 4. Quicksort | 344 |
| Problem 5. Mergesort (Sortieren durch Verschmelzen) | 346 |
| Problem 6. Quad-Bäume | 348 |
| Problem 7. Diskrete Fourier-Transformation (DFT) | 352 |
| | |
| 15 BACKTRACKING | 357 |
| Problem 1. Das Problem der n Damen | 357 |
| Allgemeine Bemerkungen zum Backtracking-Verfahren | 363 |
| Problem 2. Das Problem der n Türme | 365 |
| Problem 3. Das Problem der Türme auf den ersten m Reihen | 367 |
| Problem 4. Das Problem der aufsteigenden Türme auf den ersten m Reihen | 368 |
| Problem 5. Die Freundschafts-Jugendherberge | 369 |
| Problem 6. Partitionen einer natürlichen Zahl | 370 |

| | |
|---|------------|
| Problem 7. Erdkunde-Referate | 373 |
| Problem 8. Alle Wege des Springers | 375 |
| Problem 9. Das Fotoproblem | 378 |
| Problem 10. Der ausbrechende Ball | 379 |
| Problem 11. Olivensport | 382 |
| Problem 12. Testmusterkompaktierung | 388 |
| Noch 10 Probleme | 397 |
| | |
| 16 DYNAMISCHE PROGRAMMIERUNG | 403 |
| Grundlagen, Eigenschaften des Verfahrens | 403 |
| 1. <i>Ursprung des Konzeptes</i> | 403 |
| 2. <i>Optimalitätsprinzip</i> | 403 |
| 3. <i>Überlappung des Problems, Speicherung der optimalen Teilproblemlösungen (Memoization)</i> | 404 |
| 4. <i>Einführendes Beispiel – die Fibonacci-Folge</i> | 404 |
| 5. <i>Bottom-up versus top-down</i> | 406 |
| 6. <i>Vergleich mit anderen Verfahren</i> | 407 |
| <i>Aufgaben</i> | 407 |
| Problem 1. Das Zählen der Kaninchen | 408 |
| Problem 2. Längste aufsteigende Teilfolge | 411 |
| Problem 3. Zahlen-Dreieck | 415 |
| Problem 4. Domino | 418 |
| Problem 5. Verteilung der Geschenke | 422 |
| Problem 6. Ähnliche Summe | 425 |
| Problem 7. Schotten auf dem Oktoberfest | 430 |
| Problem 8. Springer auf dem Schachbrett | 437 |
| Problem 9. Summen von Produkten | 442 |
| Problem 10. Minimale Triangulierung eines konvexen Vielecks | 445 |
| Problem 11. Multiplikation einer Matrizenfolge | 451 |
| Problem 12. Edit-Distanz | 456 |
| | |
| LITERATURVERZEICHNIS | 463 |
| | |
| STICHWORTVERZEICHNIS | 467 |